• FOLHA Nº 16 – GABARITO COMENTADO •

1) A velocidade que Matheus come é 100/40= 2,5 g/min
A velocidade que Lucas come é 60/60= 1 g/min
Portanto:
Opção A: Verdadeira, em 26 min e 40seg, sobram para Matheus 100/3 e para Lucas, sobram 100/3.
Opção B: Verdadeira, em 3 minutos Matheus come 2,5 . 30 = 75 g
Opção C: Falsa, Lucas come 60 g de "Bala delícia" em uma hora. Como ele come a mesma quantidade de balas por segundo, em 40 minutos ele come 40 g e resta 20 g.
Opção D: Verdadeira, ao final de 30 minutos, sobram 60 30.1 = 30 g

OPÇÃO C

2) O menor múltiplo de 15 deve ter 3 algarismos 4. Então, x = 4440
$4440/30 = 148 = 2^2 . 37$
$\alpha = 3 . 2 = 6$

OPÇÃO B

3) Após 18 dias, a quantidade de suco restante é suficiente para as 30 crianças para os próximos 12 dias. Porém, 6 crianças não irão mais à escola e nos próximos d dias teremos apenas 24 crianças. A quantidade de crianças e quantidade de suco são grandezas inversamente proporcionais.
24 . d = 30 . 12 d = 15 dias, 3 dias a mais do previsto. Assim, o tempo previsto excedeu em 10% o tempo inicial.

OPÇÃO A

4) V1 + V2 = V
V1/V2 = 3/5
V1 = 3V/8 e V2 = 5V/8
Logo a densidade é 862,5

OPÇÃO C

5) Terminado o primeiro ano, Sr. José possui a quantia x + 0,05x = 1,05x . Deste valor gastou 1/3 na compra de material, restando então 2/3 . 1,05x = 0,70x.
Após as aplicações, ele recebeu de juros a quantia de 5/7. 0,70x .0,06 + 2/7 . 0,70x 0,05 = 700,00
Portanto, 0,04x 700 x = R$ 17.500,00
Logo, a soma de algarismo de x é igual a 13.

OPÇÃO D

6) $V_{total} = 4x^3$
Como o volume preenchido é 0,8 Vtotal , então o volume vazio é
3 0,2. =0,8x Vtotal .
Considerando que o volume vazio será preenchido por 500 baldes de 12.800 ml (12,8 dm^3) de água cada:
x=20dm=2m
Então, a altura do reservatório é 0,8.x = 1,6 m=1600 mm

OPÇÃO B

7) Opção A: Verdadeira, pois 33,5 – 32,7 = 0,8 > 0,7 = 35,2 – 34,5.
Opção B: Verdadeira, pois 37/32,7 ≈ 100% + 13,15%.
Opção C: Verdadeira, pois 33,5/37 ≈ 0,905.
Opção D: Falsa, pois (37 – 35,2)/2 = 0,9 e 37 + 0,9 = 37,9 < 38

OPÇÃO D

8) Fazendo o mmc, temos:
$K^2x - x + 1 - k = 0 \rightarrow (K^2 - 1)\,x = k - 1$
para 2
$k^2 \neq 1$ e $k \neq 0$, a equação admite solução única.

OPÇÃO A

9)

$$-x+\sqrt{7+\frac{x}{2}}=-14$$

$$\sqrt{7+\frac{x}{2}}=x-14$$

$$\left(\sqrt{7+\frac{x}{2}}\right)^2=(x-14)^2$$

$$7+\frac{x}{2}=x^2-28x+196$$

$$14+x=2x^2-56x+392$$

$$2x^2-57x+378=0$$

$$x=18$$

OPÇÃO B

10) **Afirmação I**: Falsa, pois o elevador C para em todos os múltiplos de 5. Portanto, no andar 90 param os elevadores C e T.
Afirmação II: Verdadeira, para que todos os elevadores parem em um andar, este andar tem que ser múltiplo ao mesmo tempo de 7, 5 e 11. Como estes números são primos entre si, o andar terá que ser múltiplo de 7, 5 e 11, ou seja, múltiplo de 385. Com exceção do térreo, não há andar que pare os quatro elevadores.
Afirmação III: Verdadeira, pois:
Nos andares múltiplos de 7 e 11 (77º andar) param os elevadores O, S e T;
Nos andares múltiplos de 7 e 5 (35º e 70º andar) param os elevadores S, C e T;
Nos andares múltiplos de 11 e 5 (55º andar) param os elevadores O, C e T.

OPÇÃO A

11) O custo de cada copo de suco vendido é 250 . 1,2/600 = R\$0,50. Como cada copo foi vendido com um pastel, o custo total é R\$ 0,50 + R\$ 0,50 = R\$ 1,00 e, consequentemente, o lucro é de R\$ 2,00 – R\$ 1,00 = R\$ 1,00. Se foram vendidos 100 garrafas de suco, então foram vendidos 100 . 600/250 = 240 copos de suco e, portanto, o vendedor lucrou R\$ 240,00 cuja soma dos algarismos é 6.

OPÇÃO B

12)

	MANHÃ	TARDE
COM SOLUÇÃO	X	4
SEM SOLUÇÃO	7	Y

Como não temos turnos coincidentes e ocorreram 9 avaliações em turnos distintos, a soma de todos os turnos é o dobro do número de dias.
x + y + 4 + 7 = 2n = 9 + 4 + 7 = 20
n = 10

OPÇÃO C

13) y = Valor total
x = nº de netos
y = 50x – 50
y = 40x + 40
50x – 50 = 40x + 40
10x = 90 $\Rightarrow$ x = 9
y = 40 . 9 . 40 = 400

OPÇÃO A

14) Seja L o lado do quadrado ABCD.

Calculando a ordenada do vértice V, temos:

$$-\frac{\Delta}{4a} = L$$

$$\Delta = -4aL$$

Calculando a diferença das raízes, temos:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{a} = L$$

$\Delta = a^2L^2$

Assim, $a^2L^2 = -4aL$

$aL = -4$

Logo $\Delta = -4aL = (-4)(-4) = 16$.

OPÇÃO C

15)

$$x = \sqrt{2+\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$y = \left(0.5 + \left(2^4\right)^{\frac{-3}{4}}\right)^{-1} = \frac{8}{5}$$

$$z = -2$$

A

OPÇÃO A

16)

$$\text{I)}\ \left(3^{\frac{3}{9}}\right)^{27} = 3^9$$

$$\text{II)}\ \frac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

$$\text{III)}\ 10^{3k} = 1\underbrace{000000000...0}_{3k\ \text{zeros}} = 3k+1\ \text{algarismos}$$

OPÇÃO D

17) $T = 5k + 2 \rightarrow T + 3 = 5k + 5$

$T = 12k + 9 \rightarrow T + 3 = 12k + 12$

$T = 14k + 11 \rightarrow T + 3 = 14k + 14$

$T + 3 = \text{mmc}(5,12,14)$

$T = 420Q - 3$

$Q = 2 \rightarrow T = 837 = 3^3 \cdot 31$

A menor quantidade é 9.

OPÇÃO C

18) Em relação ao total a quantidade de álcool e gasolina são respectivamente iguais a:

$$a = \frac{x}{5} \text{ e } g = \frac{4}{5}x$$

Se o tanque deve conter a mesma quantidade de álcool e gasolina devemos ter:

$a = g$

$$\frac{x}{5} + y = \frac{4}{5}x \rightarrow x + 5y = 4x \rightarrow 3x = 5y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{3}$$

OPÇÃO A

19) $x \cdot c = \frac{c}{a} \rightarrow x = \frac{1}{a}$

OPÇÃO B

20) $4/yz + y^2/2z + z^2/2y = 3$ ----> Multiplicando por 2yz

$8 + y^3 + z^3 = 6yz$

$y^3 + z^3 = 6yz - 8$

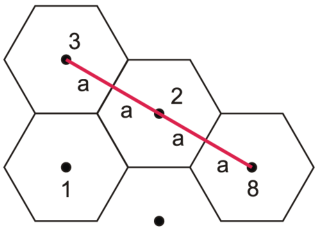
Facilmente se vê que $y = -1$ e $z = -1$ atende $\rightarrow (-1)^3 + (-1)^3 = 6(-1)*(-1) - 8 \rightarrow -1 - 1 = 6 - 8 \rightarrow -2 = -2$

Logo $\rightarrow y + z = -2$.

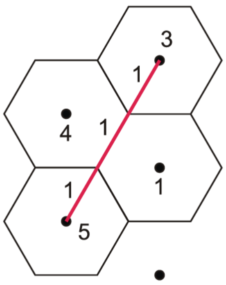
OPÇÃO A

21)

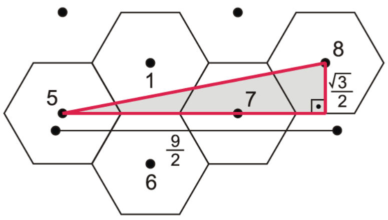
$d_{3,8} = 4.a = \frac{4.1.\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$



$d_{3,5} = 1+1+1 = 3$

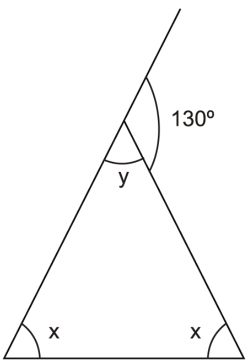


$d_{5,8} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{84}{4}} = \sqrt{21}$



OPÇÃO D

22)



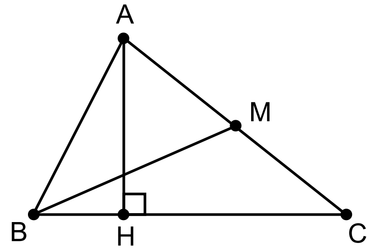
Na figura $y = 180° - 130° = 50°$

$130 = 2x \Rightarrow x = 65°$

Portanto os ângulos internos do triângulo medem 50°, 65° e 65°.

OPÇÃO E

23) Considere a figura.



Como BM é mediana e $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AM} = 8$, vem

$$4 \cdot \overline{BM}^2 = 2 \cdot (\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2) - \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{BM}^2 = \frac{1}{2} \cdot [\overline{AB}^2 + (\overline{CH} + 4)^2] - 16$$

$$\Leftrightarrow \overline{BM}^2 = \frac{1}{2} \cdot (\overline{AB}^2 + \overline{CH}^2 + 8 \cdot \overline{CH} + 16) - 16.$$

Além disso, dos triângulos retângulos ABH e AHC, obtemos

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 16 + \overline{AH}^2 \text{ e } \overline{AC}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{AH}^2 \Leftrightarrow 64 = \overline{CH}^2 + \overline{AH}^2$$

Logo, $\overline{AB}^2 = 80 - \overline{CH}^2$,

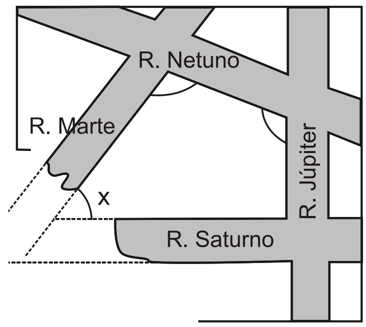
Donde $\overline{BM}^2 = 32 + 4 \cdot \overline{CH}$.

Assim, como $0 < \overline{CH} < \overline{AC}$ e $32 + 4 \cdot \overline{CH}$ deve ser um quadrado perfeito, segue que $\overline{BM} = 6$ ou $\overline{BM} = 7$. Por conseguinte, o resultado pedido é 7 + 6 = 13.

OPÇÃO B

24)

No quadrilátero formado pelas ruas, temos:



90° + 110° + 100° + x = 360°

x = 360° − 300°

x = 60°

OPÇÃO B

25)

Seja h a altura do triângulo ABC.

Como os triângulos ABC e DGC são semelhantes, temos que

$$\frac{h - 12}{h} = \frac{8}{15} \Leftrightarrow 15h - 180 = 8h$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{180}{7} \text{ u.c.}$$

OPÇÃO D

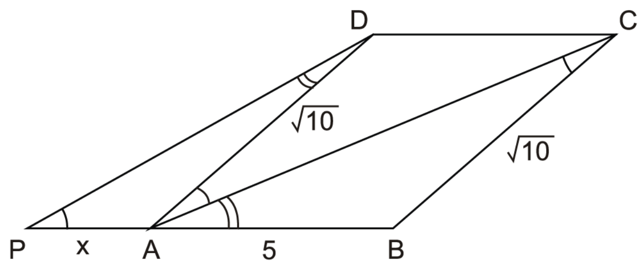
26)

$D\hat{A}C = B\hat{C}A$ (alternos internos) e $D\hat{A}C = D\hat{P}A$

considerando o ΔPAD, temos:

$D\hat{A}C + C\hat{A}B = D\hat{P}A + A\hat{D}P \Rightarrow C\hat{A}B = A\hat{D}P$

Logo, $\Delta APD \sim \Delta BCA \Rightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{5} = \dfrac{x}{\sqrt{10}} \Rightarrow x = 2$



OPÇÃO B

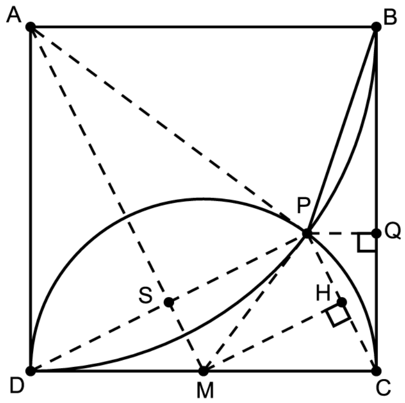
27)

A reta $y = -x + 4$ intersecta os eixos cartesianos nos pontos $A = (0, 4)$ e $B = (4, 0)$. Daí, é imediato que $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$. Além disso, como P é o ponto em que a reta tangencia a circunferência, segue-se que OP é a mediana relativa ao vértice O do triângulo OAB, com O sendo a origem do sistema de eixos cartesianos. Logo, $\overline{OP} = \frac{\overline{AB}}{2} = 2\sqrt{2}$. Ora, mas $\overline{OP} = r$ e, portanto, a área pedida é

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\cdot\overline{OA}\cdot\overline{OB} - \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot\overline{OP}^2 &= \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 - \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot(2\sqrt{2})^2 \\ &= 8 - 2\pi \\ &= 2\cdot(4-\pi)\text{ u.a.}\end{aligned}$$

OPÇÃO A

28) Considere a figura.



Sejam Q, S e H, respectivamente, o pé da perpendicular baixada de P sobre BC, a interseção de AM com DP e o pé da perpendicular baixada de M sobre CP.

Queremos calcular $\overline{PQ}$.

Como $\overline{AB} = \overline{AP} = 4\,\text{cm}$, $\overline{MD} = \overline{MP} = 2\,\text{cm}$ e AM é lado comum, segue-se que os triângulos ADM e APM são congruentes por LLL. Desse modo, AM é mediatriz de DP.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo APM, vem

$$\begin{aligned}\overline{AM}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{MP}^2 &\Leftrightarrow \overline{AM}^2 = 4^2 + 2^2 \\ &\Rightarrow \overline{AM} = 2\sqrt{5}\,\text{cm}.\end{aligned}$$

Além disso, temos

$$\begin{aligned}\overline{MP}^2 = \overline{AM}\cdot\overline{MS} &\Leftrightarrow 2^2 = 2\sqrt{5}\cdot\overline{MS} \\ &\Leftrightarrow \overline{MS} = \frac{2}{\sqrt{5}}\,\text{cm}.\end{aligned}$$

É fácil ver que o triângulo CPD é retângulo em P. Logo, $\overline{HP} = \overline{MS}$. Por outro lado, $\overline{CM} = \overline{MP}$ e $HM \perp CP$ implica em $\overline{CH} = \overline{HP}$. Daí, $\overline{CP} = 2\cdot\overline{HP} = \frac{4}{\sqrt{5}}\,\text{cm}$.

Finalmente, como os triângulos HMP e QCP são semelhantes, encontramos

$$\begin{aligned}\frac{\overline{PQ}}{\overline{HP}} = \frac{\overline{CP}}{\overline{MP}} &\Leftrightarrow \frac{\overline{PQ}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{2} \\ &\Leftrightarrow \overline{PQ} = \frac{4}{5}.\end{aligned}$$

OPÇÃO A

29) É fácil ver que a diagonal do quadrado é igual ao diâmetro dos círculos. Logo, se r é a medida do raio dos círculos, então $2r = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow r = \sqrt{2}$. Daí, segue que $\overline{AB} = \overline{AC} = 2 - \sqrt{2}$ e, portanto,

$$\begin{aligned}(ABC) &= \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{2} \\ &= \frac{(2-\sqrt{2})^2}{2} \\ &= 3 - \sqrt{2}.\end{aligned}$$

OPÇÃO A

30)

CB = AB = x

$2\pi x = 12\pi$

$x = 6$

Logo a área será $A = \pi.(12^2 - 6^2) = 108\pi$

OPÇÃO A